

Mathematics: Analysis and Approaches

Higher Level

Przedmiot Mathematics: analysis and approaches skierowany jest do uczniów, którzy mają gruntowną wiedzę matematyczną, wysoką sprawność rachunkową i wykazują odpowiednie zdolności. Są zainteresowani przedmiotem i czerpią przyjemność z rozwijania swoich matematycznych zdolności. Lubią mierzyć się z bardziej skomplikowanymi matematycznymi problemami i odczuwają satysfakcję z ich rozwiązywania.

Kurs jest wymagający, obejmuje szeroki zakres zagadnień wykraczających poza sylabus polskiego liceum. Kształcenie trwa dwa lata, przeznaczona jest na nie 6 godzin tygodniowo.

Tematyka zajęć

1. Algebra

Notacja wykładnicza. Ciągi i szeregi. Różne sposoby dowodzenia (wprost, nie wprost, kontrprzykład, indukcja matematyczna). Prawa działań na potęgach. Logarytm o podstawie 10 i logarytm naturalny. Prawa działań na pierwiastkach. Prawa działań na logarytmach. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala. Kombinacje i permutacje. Dwumian Newtona o wykładniku wymiernym. Wyrażenia wymierne (rozkład na ułamki proste). Liczby zespolone; płaszczyzna zespolona. Postać trygonometryczna liczby zespolonej. Zespolone równania wielomianowe o współczynnikach rzeczywistych. Układy równań

2. Funkcje

Równanie prostej w różnych postaciach. Proste równoległe i prostopadłe. Pojęcie funkcji, dziedzina, zbiór wartości, wykres, funkcja odwrotna. Wykres funkcji. Funkcja złożona, złożenie funkcji odwrotnych. Funkcja kwadratowa; równania i nierówności kwadratowe. Funkcja wymierna. Funkcja wykładnicza i logarymiczna. Przekształcenia wykresów funkcji. Wielomiany. Parzystość, nieparzystość, okresowość funkcji. Graficzne rozwiązywanie równań i nierówności. Wykresy funkcji

$$y = |f(x)|, y = f(|x|), y = [f(x)]^2, y = \frac{1}{f(x)}.$$

3. Analiza matematyczna

Granica i pochodna. Funkcja rosnąca i malejąca. Pochodna wielomianu. Styczna i normalna. Pochodna sumy, iloczynu, ilorazu. Druga pochodna. Maximum i minimum lokalne, punkt przegięcia. Problemy optymalizacyjne. Kinematyka – prędkość, przyspieszenie. Całkowanie jako odwrotność różniczkowania. Całki nieoznaczone – całkowanie przez części lub podstawienie. Całki oznaczone, powierzchnia między krzywą a osią OX, powierzchnia między krzywymi. Pole powierzchni i objętość figur. Całkowanie funkcji trygonometrycznych i wymiernych. Granice funkcji (reguła l'Hôpital'a oraz wykorzystanie szeregu Maclaurina). Równania różniczkowe. Szereg Maclaurina.

4. Geometria i trygonometria

Odległość między punktami w 2 – i 3 – wymiarowej przestrzeni, środek odcinka, objętość i powierzchnia obiektów w 2 – i 3 – wymiarowej przestrzeni, kąt między liniami oraz linią i płaszczyzną. Definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; Twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów. Trygonometria kąta wypukłego. Twierdzenie Pitagorasa. Okrąg i koło. Okrąg jednostkowy i funkcje trygonometryczne dowolnego kąta. Tożsamości trygonometryczne. Równania

trygonometryczne. Definicje $\sec\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$, $\cot\theta$. Funkcje cyklometryczne. Funkcje trygonometryczne podwojonego kąta. Wektory. Iloczyn skalarny. Prosta w dwu – i trzy – wymiarowej przestrzeni. Wzajemne położenie prostych w dwu – i trzy – wymiarowej przestrzeni. Iloczyn wektorowy. Równanie płaszczyzny. Wzajemne położenie płaszczyzn oraz prostej i płaszczyzny.

5. Statystyka i prawdopodobieństwo

Próba statystyczna, zmienne ciągłe i skokowe (dyskretne). Sposoby przedstawiania danych. Średnia, moda, mediana, wariancja, odchylenie standardowe, rozrzut. Zależność zmiennych losowych, wykres punktowy, regresja liniowa. Doświadczenie losowe, prawdopodobieństwo zdarzenia losowego, wartość oczekiwana. Diagramy Venna, prawdopodobieństwo całkowite i warunkowe, prawdopodobieństwo zdarzeń niezależnych. Rozkład prawdopodobieństwa dyskretnej zmiennej losowej. Rozkład dwumianowy. Rozkład normalny. Twierdzenie Bayes 'a. Zmienna losowa.

6. Badanie i eksploracja

Uczniowie w ciągu dwóch lat edukacji w systemie IB DP będą zobowiązani do przeprowadzenia doświadczenia wykorzystującego aparat matematyczny oraz sporządzenia krótkiej pracy z wynikami oraz wnioskami z wykonanego działania. Nauczyciel przedstawia uczniom warunki i wymagania związane z wykonaniem pracy badawczej, podaje kryteria oceniania oraz podaje terminy kolejnych etapów pracy. Każdy z uczniów, samodzielnie wybiera temat swojej pracy oraz sporządza plan ramowy działań w czasie, który dostaje na jego wykonanie. W ciągu prowadzenia badań uczniowie przynajmniej raz, przedstawiają efekty swojej dotychczasowej pracy koleżankom i kolegom oraz nauczycielowi na lekcji, przeprowadzają dyskusję oraz podają uwagi. Każdy z uczniów zobowiązany jest do przekazania skończonej już pracy do oceny wstępnej nauczycielowi. Ocena taka przeprowadzana jest tylko raz. Następnie uczeń wprowadza zmiany, analizuje sugestie nauczyciela, poprawia błędy i oddaje gotową pracę do oceny nauczycielowi. Nauczyciel ocenia pracę, a następnie przesyła do oceny przez zewnętrznego egzaminatora który sprawdza pracę, ocenia i to jego wynik jest ostatecznym i decydującym o ocenie za przeprowadzone badanie.

I. **Ocenianie**

Ocenianie ucznia jest nieodłączną częścią procesu jego edukacji. W programie IB DP uczniowie podlegają dwóm rodzajom oceniania:

1. **Ocenianie wewnętrzne – dzieli się na trzy części:**

- 1.1. Ocenianie bieżące – uczniowie wykonują ćwiczenia, quizy, przygotowują prezentacje, piszą krótkie bądź dłuższe testy. Głównym celem oceniania bieżącego jest pokazanie uczniowi jego mocnych i słabych stron.
- 1.2. Ocenianie podsumowujące – uczniowie przystępują do testów/egzaminów w formule IB w trakcie trwania swojej edukacji kilkakrotnie. Po pierwszym roku nauki oraz po zakończeniu całego dwuletniego zaplanowanego programu. Pozwala im to na zapoznanie z formułą egzaminu, zasadami oceniania oraz zwróceniem uwagi na to co istotne w ocenianiu zewnętrznym.
- 1.3. Badanie matematyczne – jest to badanie omówione w pkt.1.6."Badanie i eksploracja" – Każdy z uczniów zobowiązany jest do przekazania skończonej już pracy do oceny wstępnej nauczycielowi. Ocena taka przeprowadzana jest tylko raz. Następnie uczeń wprowadza zmiany, analizuje sugestie nauczyciela, poprawia błędy i gdy jest gotów oddaje gotową pracę do oceny nauczycielowi. Nauczyciel ocenia pracę, a następnie przesyła do oceny przez

zewnątrznego egzaminatora który sprawdza pracę, ocenia i to jego wynik jest ostatecznym i decydującym o ocenie za przeprowadzone badanie. Maksymalna liczba punktów możliwa do uzyskania za pracę badawczą to 20. Wynik końcowy pracy (ocena) stanowi 20% oceny na dyplomie. Na ocenę pracy badawczej ucznia składa się 5 kryteriów:

- 1.3.1. Prezentacja (0 – 4 punkty) – przejrzystość, poprawny układ pracy, zwięzłość
- 1.3.2. Komunikacja matematyczna (0 – 4 punkty) – poprawny język matematyczny (zapis, symbole, terminologia), zdefiniowanie niezbędnych pojęć, używanie różnorodnych form przedstawiania danych, użycie dedukcji matematycznej
- 1.3.3. Zaangażowanie (osobiste) (0 – 3 punkty) – samodzielność wykonanej pracy, uzasadnienie wyboru tematu, wykazanie się kreatywnością.
- 1.3.4. Wnioskowanie (0 – 3 punkty) – umiejętność przeprowadzania analizy badań, wyciągnięcia odpowiednich wniosków oraz ewaluacja badania.
- 1.3.5. Użycie aparatu matematycznego (0 – 6 punktów) – użycie odpowiednich narzędzi matematycznych niezbędnych do wykonania działań w przeprowadzonym badaniu, pokazanie umiejętności wykonania działań na odpowiednim poziomie, poprawność wykonywania obliczeń matematycznych.

2. Ocenianie zewnętrzne – składa się z trzech części egzaminu w formule IB

Sesja egzaminacyjna rozpoczyna się po drugim roku nauki w maju. Uczniowie przystępują do egzaminu składającego się z trzech części:

- 2.1. Paper 1 – test składający się z zadań krótkiej odpowiedzi oraz zadań rozszerzonej odpowiedzi, bazowanych na programie nauczania. Czas trwania egzaminu to 120 minut. Wynik tego egzaminu stanowi 30% oceny na dyplomie.
- 2.2. Paper 2 – analogicznie jak Paper 1 jest to test składający się z zadań krótkiej odpowiedzi oraz zadań rozszerzonej odpowiedzi, bazowanych na programie nauczania. Ale tu dopuszczalne jest korzystanie z kalkulatora graficznego. Czas trwania egzaminu to 120 minut. Wynik tego egzaminu stanowi 30% oceny na dyplomie.
- 2.3. Paper 3 – ta część egzaminu składa się z 2 zadań, w których uczeń musi wykazać się dużą samodzielnością, umiejętnością wykorzystania nabytej wiedzy w sytuacjach niestandardowych oraz umiejętnością odpowiedniego wnioskowania. Czas przeznaczony na trzecią część egzaminu to 60 minut. Za tę część egzaminu uczeń może uzyskać 55 punktów, a jego wynik stanowi 20% oceny na dyplomie.